Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Астраханский государственный технический университет» в Ташкентской области Республики Узбекистан

Факультет высшего образования

Кафедра «Общая экология и экономика»

ЭКОНОМЕТРИКА (ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ)

Методические указания для проведения практических занятий

для обучающихся по направлению 38.04.01 «Экономика» направленность «Экономика и управление»

Ташкентская область, Кибрайский район – 2025

Автор(ы): к.э.н., доцент кафедры «ОЭиЭ» Орлова Е.А.

Рецензент: к.э.н., доцент Лунева Т.В.

Методические указания для проведения практических занятий по дисциплине ***«Эконометрика (продвинутый уровень)»*** утверждены на заседании кафедры «Общая экология и экономика» «21» _02 _2025 г., протокол № 7.

Методические рекомендации для проведения практических занятий по дисциплине «Эконометрика (продвинутый уровень)» предназначены для обучающихся по направлению 38.04.01 «Экономика», направленность «Экономика и управление».

Цель методических указаний: закрепление обучающимися изученного теоретического материала, его более глубокое усвоение и формирование умения применять теоретические знания, полученные в ходе изучения дисциплины «*Эконометрика (продвинутый уровень)*» в практических, прикладных целях; формирование у обучающихся практических навыков и умений.

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят обучающимся на практических занятиях овладеть *профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки,* и направлены на формирование следующих компетенций:

- способен на основе использования стандартных теоретических, эконометрических моделей и типовых методик оценивать эффективность реализации инвестиционных проектов (ПК-1).

В результате выполнения практических заданий по дисциплине «*Эконометрика (продвинутый уровень)*» обучающиеся должны:

- знать *методологические подходы и принципы применения аппарата эконометрического исследования и моделирования экономических явлений и процессов, типы эконометрических моделей, этапы проведения и возникающие при этом проблемы моделирования (ПК-1.1)*;

- уметь *строить эконометрические модели взаимосвязей экономических явлений и процессов, интерпретировать результаты эконометрического моделирования (ПК-1.2)*;

- владеть навыками *анализа экономических явлений и процессов с помощью теоретических и эконометрических моделей, статистического оценивания и прогнозирования экономических явлений (ПК-1.3).*

Методические указания содержат: тему, практические задания, методику выполнения задания, примеры выполненных заданий. Для получения дополнительной, более подробной информации по изучаемым вопросам приведены рекомендуемые источники.

Тематика и задания практических работ

Темы практических работ совпадают с названиями разделов дисциплины

«*Эконометрика (продвинутый уровень)*».

Тема 1. Понятие однофакторных моделей. Типы зависимостей. Уравнение парной регрессии, виды уравнений. Линейное уравнение парной регрессия.

Контрольные вопросы собеседования

1. Проблемы обоснования эконометрической модели
2. Зависимые и независимые переменные. Типы исходных информационных массивов - статический и динамический.
3. Форма эконометрической модели как отображение закономерностей развития процесса.
4. Функциональные зависимости между переменными – линейная, степенная, гиперболическая и т.д.
5. Методы оценки параметров линейных эконометрических моделей. Процедуры оценивания по методу наименьших квадратов (МНК).
6. Исходные предпосылки классической регрессии. Условия несмещенности, эффективности и состоятельности коэффициентов модели.
7. Экономический смысл коэффициентов модели, их связь с коэффициентами эластичности.
8. Линейная регрессия и корреляция, ее применение в эконометрических исследованиях.
9. Средняя ошибка аппроксимации и ее роль в эконометрическом исследовании.
10. Способы оценки ковариационных матриц остатков и ошибок коэффициентов модели.
11. Критерии адекватности эконометрической модели: критерии Фишера, Дарбина-Уотсона.
12. Оценка существенности параметров линейной регрессии и корреляции: tкритерий Стьюдента, его связь с F- критерием.

Пример решения типовой задачи

По территориям региона приводятся следующие данные

Таблица 1

Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб., x	Среднедневная заработная плата, руб., y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162

11	76	159
12	115	173

Требуется:

1. Построить линейное уравнение парной регрессии *y*от *x*.
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.
3. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции с помощью *F* – критерия Фишера и *t*– критерия Стьюдента.

Решение:

1. Уравнение линейной регрессии имеет вид

$$y=a+bx$$

В соответствии с методом наименьших квадратов для нахождения неизвестных параметров a и b используются следующие формулы:

$$b=\frac{\overline{xy}-\bar{x}*\bar{y}}{\overline{x^2}-(\bar{x})^2}$$

$$a=\bar{y}-b\bar{x}$$

Построим расчётную таблицу 2.

Таблица 2

n	*xi*	*yi*	*xi yi*	x^2	y^2	$\hat{y}$	*yi ˆx i*	*Ai*
1	78	133	10374	6084	17689	149	-16	12,0
2	82	148	12136	6724	21904	152	-4	2,7
3	87	134	11658	7569	17956	157	-23	17,2
4	79	154	12166	6241	23716	150	4	2,6
5	89	162	14418	7921	26244	159	3	1,9
6	106	195	20670	11236	38025	174	21	10,8
7	67	139	9313	4489	19321	139	0	0,0
8	88	158	13904	7744	24964	158	0	0,0
9	73	152	11096	5329	23104	144	8	5,3
10	87	162	14094	7569	26244	157	5	3,1
11	76	159	12084	5776	25281	147	12	7,5
12	115	173	19895	13225	29929	183	-10	5,8
Итого	1027	1869	161808	89907	294377	1869	0	68,9
Среднее значение	85,6	155,8	13484,0	7492,3	24531,4	–	–	5,7
[illegible]	12,84	16,05	–	–	–	–	–	–
[illegible]^2	164,94	257,76	–	–	–	–	–	–

Вычислим a и b:

$$\mathrm{b}=\frac{13484-155{,}75*85{,}58}{7492{,}25-85{,}58^2}=0{,}92$$

$$a=155{,}75-0{,}92*85{,}58=77{,}02$$

Искомое уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = 77{,}02 + 0{,}92x$$

Параметр b показывает, что с увеличением среднедушевого прожиточного минимума на 1 руб. среднедневная заработная плата возрастает в среднем на 0,92 руб.

2. Тесноту линейной связи оценит линейный коэффициент парной корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} * \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - (\bar{x})^2) * (\overline{y^2} - (\bar{y})^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{13484 - 85{,}58 * 155{,}75}{\sqrt{(7492{,}25 - 85{,}58^2) * (24531{,}42 - 155{,}75^2)}} = 0{,}722$$

Так как $r_{xy}>0$, то с ростом *X* растет *Y*.

$$R^2 \square r^2$$

Коэффициент детерминации показывает среднюю долю влияния показателя *X* на *Y*. Коэффициент детерминации определяется как квадрат парного линейного коэффициента корреляции:

$$R_{xy}{}^2 = (0{,}722)^2 = 0{,}521$$

Это означает, что 52% вариации среднедневной заработной платы объясняется вариацией фактора x – среднедушевого прожиточного минимума.

Качество построенной модели определяет средняя ошибка аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{y-\hat{y}}{y}\right| \times 100$$

$$\bar{A} = \frac{1}{12} \times 0.689 \times 100 = 5{,}7\%$$

Качество построенной модели оценивается как хорошее, так как *A* не превышает 8–10%.

3. Оценку значимости уравнения регрессии в целом проведем с помощью F – критерия Фишера. Фактическое значение F – критерия:

$$F = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \times (n-2)$$

$$F = \frac{0{,}521}{1 - 0{,}521} \times (12 - 2) = 10{,}88$$

Табличное значение критерия при пятипроцентном уровне значимости и степенях:

$$F_{\text{табл}} = 4{,}96$$

Уравнение регрессии признается статистически значимым.

Оценку статистической значимости параметров регрессии проведем с помощью t – статистики Стьюдента и путем расчета доверительного интервала каждого из показателей.

$$t_a = \frac{a}{m_a}$$

$$t_b = \frac{b}{m_b}$$

$$t_r = \frac{r}{m_r}$$

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum(y-\hat{y})^2}{(n-2)} * \frac{\sum x^2}{n\sum(x-\bar{x})^2}}$$

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum(y-\hat{y})^2/(n-2)}{\sum(x-\bar{x})^2}}$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1-r_{xy}^2}{(n-2)}}$$

$t_a = \frac{77,02}{24,2}$=3,18 ; $t_b = \frac{0,92}{0,28}$=3,29; $t_{r_{xy}} = \frac{0,722}{0,219}$=3,3

$$m_a = \sqrt{\frac{1574,89}{10} * \frac{89907}{12*2012,9}}=24,2$$

$$m_b = \sqrt{\frac{1574,89/10}{2012,9}}=0,28$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1-0,521}{10}}=0,219$$

Табличное значение t – критерия для числа степеней свободы:

t $_{\text{таблич}}$. = 2,2281

$t_a > t_{\text{табл.}}$; $t_b > t_{\text{табл.}}$; $t_{rxy} > t_{\text{табл.}}$

Параметры a и b не случайно отличаются от нуля и статистически значимы. Рассчитаем средний коэффициент эластичности:

$$\bar{Э}_i = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}_i}$$

$$\bar{Э} = 0,92\frac{85,58}{155,75} = 0,51$$

Таким образом, увеличение среднедушевого прожиточного минимума в день (от своего среднего значения) на 1% увеличивает в среднем среднедневную заработную плату на 0,51%.

Рассчитаем доверительные интервалы для параметров регрессии a и b. Для этого определим предельную ошибку для каждого показателя:

$$\Delta_a = t_{табл} \cdot m_a = 2{,}23 \cdot 24{,}5 = 54{,}64$$

$$\Delta_b = t_{табл} \cdot m_b = 2{,}23 \cdot 0{,}281 = 0{,}62$$

Доверительные интервалы

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a = 79{,}62 \pm 54{,}64$$

$$\gamma_{a_{\min}} = 79{,}62 - 54{,}64 = 24{,}98$$

$$\gamma_{a_{\max}} = 79{,}62 + 54{,}64 = 134{,}26$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta_b = 0{,}89 \pm 0{,}62$$

$$\gamma_b = 0{,}89 - 0{,}62 = 0{,}27$$

$$\gamma_b = 0{,}89 + 0{,}62 = 1{,}51$$

Анализ верхней и нижней границ доверительных интервалов приводит к выводу о том, что с вероятностью $p = 1 - \alpha = 0{,}95$ параметры a и b, находясь в указанных границах, не принимают нулевых значений, т.е. не являются статистически незначимыми и существенно отличны от нуля.

Тема 2. Нелинейная регрессия. Определение параметров. Метод наименьших квадратов. Коэффициент парной корреляция. Критерии Стьюдента и Фишера.

Контрольные вопросы для собеседования

1. Методы оценки параметров нелинейных моделей. Интерпретация параметров нелинейной регрессии.
2. Выбор наилучшего варианта модели регрессии.
3. Модели экспоненциального типа, их практическое применение.
4. Модели степенного типа, их применение в эконометрике.
5. Методы линеаризации формы эконометрической модели.
6. Корреляция по нелинейным моделям.
7. Причины нелинерализуемости моделей.
8. Методы с производными и методы без производных.
9. Построение процедур прямого поиска. Методы Гаусса и представление целевой функции.
10. Процедура оценки коэффициентов модели по методу Гаусса-Зайделя.
11. Градиентные методы оценки параметров нелинейной модели и представления целевой функции. Построение оценки параметров градиентными методами.

Пример решения задачи

Некоторая организация в течение 6 кварталов вкладывала всю прибыль в свое развитие. При этом предполагается, что прибыль растет по показательному закону $y \,\square\, ab^x$ (здесь фактор X – номер квартала, Y – прибыль, млн. руб.). Составить уравнение регрессии, найти коэффициент нелинейной корреляции, и при значимости 0,05 проверить его

x_i, кварталы	1	2	3	4	5	6
y_i, прибыль	1	2	5	9	15	27

Решение

Решение. Уравнение $y = ab^x$ является внутренне линейным, т.к. его с помощью алгебраических преобразований можно привести к линейному виду. Прологарифмируем уравнение $y = ab^x$. Получим $\ln y = \ln a + x \ln b$. Сделаем замену $y = \ln y; \tilde{a} = \ln a; \tilde{b} = \ln b$

Получаем линейное уравнение $y = \tilde{a} + \tilde{b}x$. Построим вспомогательную таблицу:

x_i	1	2	3	4	5	6
$\tilde{y}_i = \ln y_i$	0	0,69	1,61	2,2	2,71	3,3

Далее выполняем все вычисления, находим средние оценки преобразованных данных

$n = 6;\ x = 3{,}5\ y = 1{,}75 x\tilde{y} = 8{,}05 x^2 = 15{,}17\ y^2 = 4{,}36$

Далее находим:

$$\tilde{b} = \frac{8{,}05 - 3{,}5 * 1{,}75}{15{,}17 - 3{,}5^2} = 0{,}66$$

$$\tilde{a} = 1{,}75 - 0{,}66 * 3{,}5 = -0{,}56$$

Возвращаемся к исходным параметрам

$a = e^{\tilde{a}} = e^{-0{,}56} = 0{,}57,\ b = e^{\tilde{b}} = e^{0{,}66} = 1{,}94$

Уравнение регрессии имеет вид

$y = 0{,}57 \cdot 1{,}94^x$

Коэффициент корреляции равен

$$r_{xy} = \frac{8{,}05 - 3{,}15 * 1{,}75}{\sqrt{(15{,}17 - 3{,}5^2)(4{,}36 - 1{,}75^2)}} = 0{,}953$$

Проверяем на значимость

$$t = r_{xy}\sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}^2}}$$

$$t = 0{,}953\sqrt{\frac{6-2n-2}{1-0{,}953^2}} = 6{,}291$$

$$t_{0{,}95}(4) = 2{,}776$$

Откуда следует, что коэффициент корреляции значим.

Тема 3. Прогнозирование по эконометрической модели. Точечный прогноз. Доверительный интервал прогноза.

Контрольные вопросы для собеседования

1. Использование эконометрических моделей в прогнозировании социально-экономических процессов.
2. Построение прогнозной процедуры и проблемы верификации прогноза.

3. Построение точечных и интервальных прогнозов, основанных на моделях линейной регрессии.

4. Оценка точности прогноза.

5. Построение доверительного интервала для параметров регрессионной модели

6. Методы оценки доверительного интервала прогноза в моделях с детерминированными и случайными параметрами.

7. Анализ процессов с использованием коэффициентов эластичности.

8. Аддитивные модели прогнозирования. Модели скользящего среднего и модели авторегрессии (модель Брауна, модель Хокса, модель Бокса-Дженкинса, модель Уинтерса, метод гармонических весов).

Пример решения типовой задачи

По территориям региона приводятся следующие данные

Таблица 1

Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб., x	Среднедневная заработная плата, руб., y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

Требуется:

1. Выполнить прогноз заработной платы y при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума x, составляющем 107% от среднего уровня.

2. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал. 3. На одном графике построить исходные данные и теоретическую прямую.

Решение:

В соответствии с решением примера задачи по теме 1 уравнение регрессии имеет вид

$$\hat{y} = 77{,}02 + 0{,}92x$$

Данное уравнение регрессии можно использовать для прогнозирования, так как коэффициент корреляции значим, переменные x и y зависимы, средняя ошибка аппроксимации не превышает 10%.

1. Выполним прогноз среднедневной заработной платы при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума x, составляющем 107% от среднего уровня Прогнозное значение прожиточного минимума составит

$$x_p = \bar{x} * 1{,}07 = 85{,}6 * 1{,}07 = 91{,}6$$

Тогда прогнозное значение заработной платы составит:

$$y_p = 77{,}02 + 0{,}92 * 9{,}6 = 161{,}\ 3$$

2. Ошибка прогноза составит

$$m_p = \sqrt{\frac{\sum(y-\hat{y})^2}{n-2} * (1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p-\bar{x})^2}{\sum(x-\bar{x})^2}}$$

$$m_p = \sqrt{\frac{1574{,}9}{12-2} * (1 + \frac{1}{12} + \frac{(91{,}6-85{,}58)^2}{2012{,}9}} = \sqrt{157{,}489 * (1 + 0{,}083 + 0{,}0178)} = 13{,}17$$

Предельная ошибка прогноза, которая в 95% случаев не будет превышена, составит:

$$\Delta p = t_{\text{табл.}} * m_p = 2{,}2281 * 13{,}17 = 29{,}34$$

Доверительный интервал прогноза:

$$\gamma_p = y_p \pm \Delta p$$

$$\gamma_{pmin} = 161{,}26 - 29{,}34 = 131{,}92$$

$$\gamma_{pmax} = 161.26 + 29.34 = 190{,}6$$

Выполненный прогноз среднедневной заработной платы является надежным с вероятностью 95% и находится в пределах от 131,92 руб. до 190,62 руб.

3. В заключение решения задачи построим на одном графике исходные данные и теоретическую прямую

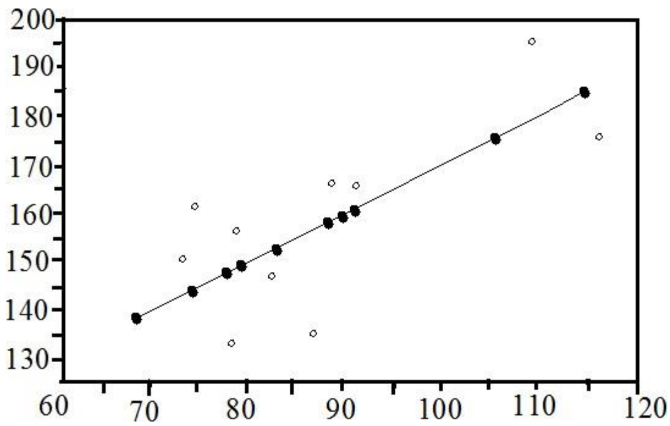

Рис. 1 График исходных данных и теоретической прямой

Тема 4. Понятие многофакторной модели. Определение параметров уравнения. Метод наименьших квадратов. Коэффициент множественной корреляция. Частный коэффициент множественной корреляция.

Контрольные вопросы для собеседования

1. Свойства оценок МНК для больших выборок. Точечные оценки в больших выборках и проверка гипотез.

2. Спецификация моделей множественной регрессии. Основные виды ошибок спецификации. Тесты ошибок спецификации.

3. Отбор факторов при построении модели регрессии.

4. Признаки мультиколлинеарности факторов и учет ее при построении моделей регрессии. Тесты выявления мультиколлинеарности.

5. Преодоление мультиколлинеарности при построении модели регрессии.

6. Оценка параметров уравнения множественной регрессии.

7. Оценивание регрессии в условиях гетероскедастичности остатков

8. Уравнение множественной регрессии в натуральном и стандартизированном виде.

9. Характеристика эластичности по модели множественной регрессии.

10. Показатели множественной и частной корреляции. Их роль при построении эконометрических моделей.

11. Частный F-критерий Фишера, t- критерий Стьюдента. Их роль в построении регрессионных моделей

12. Явление ложной корреляции. Пошаговое уменьшение числа факторов.

13. Коэффициенты множественной корреляции и детерминации, критерий Фишера, критерий Стьюдента.

Пример решения задачи. По 20 предприятиям региона изучается зависимость выработки продукции на одного работника (тыс. руб.) от ввода в действие новых основных фондов (% от стоимости фондов на конец года) и от удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих (%).

Номер предприятия	**Y**	**X_1**	**X_2**
1	7,0	3,9	10,0
2	7,0	3,9	14,0
3	7,0	3,7	15,0
4	7,0	4,0	16,0
5	7,0	3,8	17,0
6	7,0	4,8	19,0
7	8,0	5,4	19,0
8	8,0	4,4	20,0
9	8,0	5,3	20,0
10	10,0	6,8	20,0
11	9,0	6,0	21,0
12	11,0	6,4	22,0
13	9,0	6,8	22,0
14	11,0	7,2	25,0
15	12,0	8,0	28,0
16	12,0	8,2	29,0
17	12,0	8,1	30,0
18	12,0	8,5	31,0
19	14,0	9,6	32,0

20	14,0	9,0	36,0

Необходимо:

1) Построить линейную модель множественной регрессии. Записать стандартизованное уравнение множественной регрессии. На основе стандартизованных коэффициентов регрессии и средних коэффициентов эластичности ранжировать фактор по степени их влияния на результат.

2) Найти коэффициенты парной, частной и множественной корреляции. Проанализировать их.

3) Найти скорректированный коэффициент множественной детерминации. Сравнить его с некорректированным (общим) коэффициентом детерминации.

4) С помощью F-критерия Фишера оценить статистическую надежность уравнения регрессии и коэффициента детерминации.

5) С помощью частных F-критериев Фишера оценить целесообразность включения в уравнение множественной регрессии фактора X_1 после X_2 и фактора после X_1.

6) Составить уравнение линейной парной регрессии, оставив лишь один значащий фактор.

Решение:

Линейное уравнение множественной регрессии имеет вид:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2$$

Для нахождения параметров уравнения необходимо решить следующую систему линейных уравнений относительно неизвестных параметров a, b_1, b_2

$$\begin{cases} na + b_1\sum x_1 + b_2\sum x_2 = \sum y; \\ a\sum x_1 + b_1\sum x_1^2 + b_2\sum x_1x_2 = \sum yx_1; \\ a\sum x_2 + b_1\sum x_1x_2 + b_2\sum x_2^2 = \sum yx_2 \end{cases}$$

Для этого построим вспомогательную расчетную таблицу:

№	**Y**	**X_1**	**X_2**	**YX_1**	**YX_2**	**X_1X_2**	X_1^2	X_2^2	Y_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7,0	3,9	10,0	27,3	70,0	39,0	15,21	100,0	49,0
2	7,0	3,9	14,0	27,3	98,0	54,6	15,21	196,0	49,0
3	7,0	3,7	15,0	25,9	105,0	55,5	13,69	225,0	49,0
4	7,0	4,0	16,0	28,0	112,0	64,0	16,0	256,0	49,0
5	7,0	3,8	17,0	26,6	119,0	64,6	14,44	289,0	49,0
6	7,0	4,8	19,0	33,6	133,0	91,2	23,04	361,0	49,0
7	8,0	5,4	19,0	43,2	152,0	102,6	29,16	361,0	64,0
8	8,0	4,4	20,0	35,2	160,0	88,0	19,36	400,0	64,0
9	8,0	5,3	20,0	42,4	160,0	106,0	28,09	400,0	64,0
10	10,0	6,8	20,0	68,0	200,0	136,0	46,24	400,0	100,0

11	9,0	6,0	21,0	54,0	189,0	126,0	36,0	441,0	81,0
12	11,0	6,4	22,0	70,4	242,0	140,8	40,96	484,0	121,0
13	9,0	6,8	22,0	61,2	198,0	149,6	46,24	484,0	81,0
14	11,0	7,2	25,0	79,2	275,0	180,0	51,84	625,0	121,0
15	12,0	8,0	28,0	96,0	336,0	224,0	64,0	784,0	144,0
16	12,0	8,2	29,0	98,4	348,0	237,8	67,24	841,0	144,0
17	12,0	8,1	30,0	97,2	360,0	243,0	65,61	900,0	144,0
18	12,0	8,5	31,0	102,0	372,0	263,5	72,25	961,0	144,0
19	14,0	9,6	32,0	134,4	448,0	307,2	92,16	1024,0	196,0
20	14,0	9,0	36,0	126,0	504,0	324,0	81,0	1296,0	196,0
Сумма	192	123,8	446	1276,3	4581	2997,4	837,74	10828,0	1958,0
Ср.знач.	9,6	6,19	22,3	63,815	229,05	149,87	41,887	541,4	97,9

Параметры регрессии находим следующим образом:

$$a = \frac{\Delta 1}{\Delta} = 1{,}835$$

$$b_1 = \frac{\Delta 2}{\Delta} = 0{,}946$$

$$b_2 = \frac{\Delta 3}{\Delta} = 0{,}0856$$

Таким образом, получили следующее уравнение множественной регрессии:

$$\boldsymbol{\hat{y} = 1,835 + 0,946x_1 + 0,0856x_2}$$

Коэффициенты стандартизированного уравнения регрессии находятся по формулам:

$$\beta_1 = b_1 \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y} = b_1 \frac{\sqrt{\overline{x_1^2} - (\overline{x_1})^2}}{\sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}} = 0{,}746$$

$$\beta_2 = b_2 \frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_y} = b_2 \frac{\sqrt{\overline{x_2^2} - (\overline{x_2})^2}}{\sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}} = 0{,}237$$

Таким образом уравнение стандартизированного масштаба будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{t_y} = 0{,}746 t_{x_1} + 0{,}237 t_{x_2}$$

Стандартизированные коэффициенты можно сравнивать между собой. Так как $\beta_1 > \beta_2$ то можно сказать, что ввод в действие новых основных фондов оказывает большее влияние на выработку продукции, чем на удельный вес рабочих высокой квалификации.

Сравнивать влияние факторов на результат можно также при помощи средних коэффициентов эластичности, которые находятся по формулам:

$$\overline{Э_i} = b_i \frac{\overline{x_i}}{\overline{y_i}}$$

$$\overline{Э_1} = 0{,}946 \frac{6{,}19}{9{,}6} = 0{,}61$$

$$\overline{Э_2} = 0{,}0856 \frac{22{,}3}{9{,}6} = 0{,}20$$

Т.е. увеличение только основных фондов (от своего среднего значения) или только удельного веса рабочих высокой квалификации на 1% увеличивает в среднем выработку продукции на 0,61% или 0,20% соответственно. Таким образом, подтверждается большее влияние на результат у фактора x_1, чем фактора. x_2.

2. Парные коэффициенты корреляции находим по формулам:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{x}_1 * \bar{y}}{\sqrt{\left(\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2\right)\left(\overline{y^2} - (\bar{y})^2\right)}}$$

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{yx_2} - \overline{x_2} * \bar{y}}{\sqrt{\left(\overline{x_2^2} - (\overline{x_2})^2\right)\left(\overline{y^2} - (\bar{y})^2\right)}}$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 * \overline{x_2}}{\sqrt{\left(\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2\right)\left(\overline{x_2^2} - (\overline{x_2})^2\right)}}$$

Получаем следующие результаты:

$$r_{yx1} = 0{,}970$$

$$r_{yx2} = 0{,}941$$

$$r_{x1\,x2} = 0{,}943$$

Они указывают на весьма сильную связь каждого фактора с результатом, а также высокую межфакторную зависимость (факторы x1 и x2 явно коллинеарны, т.к. 0,943>0,7). При такой сильной межфакторной зависимости рекомендуется один из факторов исключить из рассмотрения.

Частные коэффициенты корреляции характеризуют тесноту связи между результатом и существующим фактором при элиминировании (устранении влияния) других факторов, включенных в уравнение регрессии. При двух факторах частные коэффициенты корреляции рассчитываются следующим образом:

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{\left(1 - r_{yx_2}^2\right) \cdot \left(1 - r_{x_1 x_2}^2\right)}} = \frac{0{,}970 - 0{,}941 \cdot 0{,}943}{\sqrt{(1 - 0{,}941^2) \cdot (1 - 0{,}943^2)}} = 0{,}734$$

$$r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{\left(1 - r_{yx_1}^2\right) \cdot \left(1 - r_{x_1 x_2}^2\right)}} = \frac{0{,}941 - 0{,}970 \cdot 0{,}943}{\sqrt{(1 - 0{,}970^2) \cdot (1 - 0{,}943^2)}} = 0{,}325$$

Если сравнить коэффициенты парной и частной корреляции, то можно увидеть, что из-за высокой межфакторной зависимости коэффициенты парной корреляции дают завышенные оценки тесноты связи. Именно по этой причине рекомендуется при наличии сильной коллинеарности (взаимосвязи) факторов исключать из исследования то фактор, у которого теснота парной зависимости меньше, чем теснота межфакторной связи. Коэффициент множественной корреляции определяется по формуле:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{1-\left(1-r_{yx_1}^2\right)*(1-r_{yx_2*x_1}^2)}$$
$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{1-(1-0{,}970^2)*(1-0{,}325^2)}=0{,}973$$

Коэффициент множественной корреляции показывает на весьма сильную связь всего набора факторов с результатом.

3. Нескорректированный коэффициент множественной детерминации оценивает долю вариации результата за счет представленных в уравнении факторов в общей вариации результата. Здесь эта доля составляет 94,7% и указывает на весьма высокую степень обусловленности вариации результата вариации факторов, иными словами – на весьма тесную связь факторов с результатом.

Нескорректированный коэффициент множественной детерминации:

$$R_{yx1x2}{}^2 = (0{,}973)^2 = 0{,}947$$

Скорректированный коэффициент множественной детерминации находится по формуле:

$$R^2 = 1-\left(1-R_{yx_1x_2}{}^2\right)*\frac{(n-1)}{(n-m-1)}$$
$$R^2 = 1-(1-0{,}947)*\frac{(20-1)}{(20-2-1)} = 0{,}941$$

Он определяет тесноту связи с учетом степеней свободы общей и остаточной дисперсий и дает такую оценку тесноты связи, которая не зависит от числа факторов и поэтому может сравниваться по разным моделям с разным числом факторов. Оба коэффициента указывают на весьма высокую (более 94%) детерминированность результата y в модели факторами x_1 и x_2.

4. Оценку надежности уравнения регрессии в целом и показателя тесноты связи дает - критерий Фишера:

$$F = \frac{R_{yx_1x_2}{}^2}{1-R_{yx_1x_2}{}^2}*\frac{n-m-1}{m}$$
$$F = \frac{0{,}973^2}{1-0{,}973^2}*\frac{20-2-1}{2} = 151{,}88$$
$$F_{\text{табл.}} = 3{,}49$$

при n=20

$$F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$$

Получили, что фактическое значение критерия Фишера больше табличного, т.е. вероятность случайно получить такое значение F - критерия не превышает допустимый уровень значимости 5%. Следовательно, полученное значение не случайно, оно сформировалось под влиянием существенных факторов, т.е. подтверждается статистическая значимость всего уравнения и показателя тесноты связи.

5. С помощью частных F - критериев Фишера оценим целесообразность включения в уравнение множественной регрессии фактора x1после x2 и фактора x2 после x1 при помощи формул:

$$F_{\text{част}\,x_1} = \frac{R_{yx_1x_2}{}^2 - r_{yx_2}^2}{1-r_{yx_1}^2}*\frac{n-m-1}{m}$$
$$F_{\text{част}\,x_2} = \frac{R_{yx_1x_2}{}^2 - r_{yx_1}^2}{1-r_{yx_2}^2}*\frac{n-m-1}{m}$$

Вычисляем частные критерии Фишера:

$$F_{\text{част}\,x_1} = \frac{(0973)^2-(0{,}94)^2}{1-(0{,}97)^2}*\frac{20-2-1}{2} = 8{,}925$$

$$F_{\text{част } x_2} = \frac{(0973)^2 - (0{,}97)^2}{1 - (0{,}94)^2} * \frac{20 - 2 - 1}{2} = 0{,}513$$

Получили, что частный критерий Фишера для фактора х2 меньше табличного значения 3,49, следовательно, включение в модель фактора $x2$ после того, как в модель включен фактор $x1$статистически нецелесообразно: прирост факторной дисперсии за счет дополнительного признака $x2$ оказывается незначительным, несущественным; фактор $x2$ включать в уравнение после фактора $x1$ не следует.

Если поменять первоначальный порядок включения факторов в модель и рассмотреть вариант включения $x1$после $x2$, то результат расчета частного F – критерия для $x1$ будет иным: 3,49 меньше частного критерия Фишера для х1, т.е. вероятность его случайного формирования меньше принятого стандарта (5%). Следовательно, значение частного F -критерия для дополнительно включенного фактора $x1$ не случайно, является статистически значимым, надежным, достоверным: прирост факторной дисперсии за счет дополнительного фактора 1 x является существенным. Фактор *x1* должен присутствовать в уравнении, в том числе в варианте, когда он дополнительно включается после фактора *x2* .

6. Общий вывод состоит в том, что множественная модель с факторами *x1* и *x2* содержит неинформативный фактор *x2* . Если исключить фактор *x2* , то можно ограничиться уравнением парной регрессии:

$$y = a + bx$$
$$y = 1{,}99 + 1{,}23x$$

Тема 5. Фиктивные переменные во множественной регрессии. Тест Чоу. Природа гетероскедастичности. Понятие коллинеарности и ее виды. Причины возникновения мульти коллинеарности и ее последствия. Оценки коэффициентов в случае коллинеарности. Практическое использование регрессионных моделей.

1. Виды моделей с бинарными зависимыми переменными.
2. Регрессия с фиктивными переменными, интерпретация их параметров.
3. Фиктивные переменные как факторы в регрессионной модели, интерпретация их параметров.
4. Оценка параметров моделей с фиктивными переменными. Их общая характеристика.
5. Оценка логит - и пробит – моделей с помощью доступного обобщенного МНК и в случае повторяющихся наблюдений.
6. Оценка логит - и пробит – моделей с помощью метода максимального правдоподобия. 7. Анализ моделей с цензурированными зависимыми переменными.
7. Практика использования структурных моделей в эконометрических исследованиях.

Пример решения задачи:

Необходимо исследовать зависимость между результатами письменных вступительных экзаменов по математике и экзаменов по математике на 1 курсе. Получены следующие данные о числе решенных задач на вступительных экзаменах X (число задач) и экзаменах на 1 курсе Y (число задач) 12 студентов, а также распределение этих студентов по фактору «пол»:

№ студента	Число решенных задач		Пол студента
i	Xi	Yi	
1	10	6	муж
2	6	4	жен
3	8	4	муж
4	8	5	жен
5	6	4	жен
6	7	7	муж
7	6	3	жен
8	7	4	муж
9	9	7	муж
10	6	3	жен
11	5	2	муж
12	7	3	жен

Построить линейную регрессионную модель Y по X с использованием фиктивной переменной по фактору «пол». Можно ли считать, что эта модель одна и та же для юношей и девушек?

Решение.

Модель с введенной фиктивной переменной имеет вид:

$$y = a + bx + cz$$

где x – количественный факторный признак (количество задач)

Z – фиктивная переменная (пол студента)

Вначале рассчитаем уравнение парной регрессии Y по X, используя формулы:

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} * \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

x	y	xy	x^2	y^2	$\hat{y}$	$\hat{y} - \bar{y}$	$y - \bar{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$
10	6	60	100	36	6.713	2.38	1.667	5.66	2.78

6	4	24	36	16	3.453	-0.88	-0.333	0.77	0.11
8	4	32	64	16	5.083	0.75	-0.333	0.56	0.11
8	5	40	64	25	5.083	0.75	0.667	0.56	0.44
6	4	24	36	16	3.453	-0.88	-0.333	0.77	0.11
7	7	49	49	49	4.268	-0.065	2.667	0.004	7.11
6	3	18	36	9	3.453	-0.88	-1.333	0.77	1.78
7	4	28	49	16	4.268	-0.065	-0.333	0.004	0.11
9	7	63	81	49	5.898	1.565	2.667	2.45	7.11
6	3	18	36	9	3.453	-0.88	-1.333	0.77	1.78
5	2	10	25	4	2.638	-1.695	-2.333	2.87	5.44
7	3	21	49	9	4.268	-0.065	-1.333	0.004	1.78
85	52	387	625	254				15.22	28.67
7,08	4,33	32,25	52,08						

Вычисляем оценки параметров уравнения a и b.

$$b = \frac{32,25 - 7,08 * 4,33}{52,08 - 50,13} = 0,815$$

$$a = 4,33 - 0,815 * 7,08 = -1,44$$

$$y = -1,44 + 0,815x$$

Рассчитываем коэффициент детерминации:

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{15,22}{28,67} = 0,53$$

Проверяем уравнение на значимость по критерию Фишера:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} * (n - 2)$$

$$F = \frac{0,53}{1 - 0,53} * (12 - 2) = 11,28$$

$$F_{\text{табл}} = 4,84$$

Уравнение регрессии значимо по F-критерию, так как $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$

Однако полученное уравнение не учитывает влияние качественного признака — фактора «пол». Для ее учета введем в регрессионную модель фиктивную (бинарную) переменную Z, где

$$= \begin{cases} 1, \text{ если студент муж. пола} \\ 0, \text{ если студент жен. пола} \end{cases}$$

Полагая, что фактор «пол» может сказаться только на числе решенных задач (свободном члене) регрессии, имеем модель типа:

$$y = a + bx + cz$$

Для ее построения решаем систему нормальных линейных уравнений относительно неизвестных параметров a, b, c.

$$\begin{cases} na + b\sum x + c\sum z = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 + c\sum zx = \sum yx \\ a\sum z + b\sum xz + c\sum z^2 = \sum yz \end{cases}$$

Для этого составим вспомогательную расчетную таблицу

№	Y	X	Z	Z	XZ	YZ	Z^2
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	6	10	Муж	1	10	6	1
2	4	6	Жен	0	0	0	0
3	4	8	Муж	1	8	4	1
4	5	8	Жен	0	0	0	0
5	4	6	Жен	0	0	0	0
6	7	7	Муж	1	7	7	1
7	3	6	Жен	0	0	0	0
8	4	7	Муж	1	7	4	1
9	7	9	Муж	1	9	7	1
10	3	6	Жен	0	0	0	0
11	2	5	Муж	1	5	2	1
12	3	7	Жен	0	0	0	0
Сумма	52	85		6	46	30	6

Тогда система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 12a + 85b + 6c = 52 \\ 85a + 625b + 46c = 387 \\ 6a + 46b + 6c = 30 \end{cases}$$

Таким образом, получили следующее уравнение множественной регрессии:

$$\boldsymbol{\hat{y} = -1,165 + 0,743x + 0,466z}$$

Вычисляем линейные коэффициенты парной корреляции

$$r_{xy} = \frac{\overline{yx} - \bar{x} * \bar{y}}{\sqrt{\left(\overline{x^2} - (\bar{x})^2\right)\left(\overline{y^2} - (\bar{y})^2\right)}}$$

$$r_{zy} = \frac{\overline{zy} - \bar{z} * \bar{y}}{\sqrt{\left(\overline{z^2} - (\bar{z})^2\right)\left(\overline{y^2} - (\bar{y})^2\right)}}$$

$$r_{xz} = \frac{\overline{xz} - \bar{x} * \bar{z}}{\sqrt{\left(\overline{x^2} - (\bar{x})^2\right)\left(\overline{z^2} - (\bar{z})^2\right)}}$$

$$r_{xy} = 0,73$$

$$r_{zy} = 0,43$$

$$r_{xz} = 0,42$$

$$R_{yxz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{zy}^2 - 2r_{xz}r_{xy}r_{zy}}{1 - r_{xz}^2}}$$

$$R_{yxz} = \sqrt{\frac{0,73^2 + 0,43^2 - 2 * 0,42 * 0,73 * 0,43}{1 - 0,42^2}}$$

$$R_{yxz} = 0,74$$

Множественный коэффициент корреляции

Нескорректированный коэффициент детерминации:

$$R_{yxz}^2 = 0{,}74^2 = 0{,}55$$

Скорректированный коэффициент детерминации:

$$R_{yxz}^2 = 1 - (1 - R_{yxz}^2)\frac{n-1}{n-m-1}$$

$$R_{yxz}^2 = 1 - (1 - 0{,}74^2)\frac{12-1}{12-2-1}$$

$$R_{yxz}^2 = 0{,}45$$

Коэффициенты стандартизированного масштаба рассчитываются следующим образом:

$$\beta_1 = \frac{r_{xy} - r_{zy}r_{xz}}{1 - r_{xz}^2} = 0{,}664$$

$$\beta_2 = \frac{r_{zy} - r_{xy}r_{xz}}{1 - r_{xz}^2} = 0{,}151$$

Таким образом уравнение стандартизированного масштаба будет выглядеть следующим образом:

$$\widehat{t_y} = 0{,}664t_x + 0{,}151t_z$$

Проверяем уравнение регрессии на значимость по критерию Фишера

$$F_{\text{факт}} = \frac{R_{yxz}^2}{1 - R_{yxz}^2} * \frac{n-m-1}{m}$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{0{,}74^2}{1 - 0{,}74^2} * \frac{12-2-1}{2} = 5{,}49$$

$$F_{\text{табл}} = 4{,}26$$

Полученное уравнение множественной регрессии по-прежнему значимо по F-критерию. Но коэффициент регрессии 0,162 при фиктивной переменной Z не является значимым по F-критерию Фишера, т.к фактическое значение меньше табличного.

$$F_{\text{част } z} = \frac{{R_{yxz}}^2 - r_{yx}^2}{1 - r_{yz}^2} * \frac{n-m-1}{m}$$

$$F_{\text{част } z} = \frac{0{,}74^2 - 0{,}73^2}{1 - 0{,}43^2} * \frac{12-2-1}{1} = 0{,}162$$

$$F_{\text{табл}} = 4{,}26$$

Следовательно, по имеющимся данным влияние фактора «пол» оказалось несущественным, и у нас есть основания считать, что регрессионная модель результатов курсовых экзаменов по математике в зависимости от вступительных экзаменов одна и та же для юношей и девушек.

Тема 6. Понятие тренда, сезонности, цикличности. Проверка существования закономерности (тенденции) изменения показателей. Сезонные колебания. Метод оценки сезонных колебаний. Методы построения тренда. Моделирование сезонных и циклических колебаний.

Контрольные вопросы для собеседования

1. Специфика временных рядов как источник данных в эконометрическом моделировании.

2. Автокорреляция уровней рядов динамики. Ее роль при построении эконометрических моделей.
3. Автокорреляционная функция и выявление структуры временного ряда.
4. Авторегрессионные модели временных рядов и их особенности.
5. Модели скользящего среднего.
6. Модели авторегрессии – скользящего среднего.
7. Модели интегрированного типа.
8. Основные типы функций тренда. Интерпретация их параметров.
9. Расчет параметров уравнения тренда.
10. Особенности построения тренд – сезонных моделей и моделей адаптивных ожиданий. 11. Анализ автокорреляционной функции и коррелограммы.

12. Особенности построения моделей адаптивных ожиданий. Адаптивные модели линейного роста. Адаптивные модели с учетом аддитивных и мультипликативных сезонных составляющих.

Пример решения типовой задачи:

Дата выборки курса биржевой стоимости акций некоторого предприятия за 12 мес.:

Стоимость акций по месяцам

Месяц, t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Стоим., y_t	13,1	11,9	11,8	17,3	15,9	16,1	20,5	19,2	19,9	23,9	22,8	23,8

Необходимо:

1. Найти коэффициенты автокорреляции со смещением на 1, 2, 3 и 4 месяца.
2. Проверить найденные коэффициенты автокорреляции на значимость с доверительной вероятностью p=0,95.
3. Построить коррелограмму.
4. Построить модель тенденции временного ряды.

Решение

Рассчитаем коэффициент автокорреляции со смещением на 1 месяц.

Месяц	y_t	y_{t+1}	y_{2t}	y^2_{t+1}	$y_t y_{t+1}$
1	13,1	11,9	171,61	141,61	155,89
2	11,9	11,8	141,61	139,24	140,42
3	11,8	17,3	139,24	299,29	204,14
4	17,3	15,9	299,29	252,81	275,07
5	15,9	16,1	252,81	259,21	255,99
6	16,1	20,5	259,21	420,25	330,05
7	20,5	19,2	420,25	368,64	393,6
8	19,2	19,9	368,64	396,01	382,08
9	19,9	23,9	396,01	571,21	475,61
10	23,9	22,8	571,21	519,84	544,92
11	22,8	23,8	519,84	566,44	542,64
Σ	192,4	203,1	3539,72	3934,55	3700,41

Ср.	17,49	18,46	321,79	357,69	336,4

$$r_1 = \frac{336,4 - 17,49 * 18,46}{\sqrt{(321,79 - 17,49^2) * (357,69 - 18,46^2)}} = 0,825$$

Рассчитаем коэффициент автокорреляции со смещением на 2 месяца.

Месяц	y_t	y_{t+2}	$y2_t$	y^2_{t+2}	$y_t y_{t+2}$
1	13,1	11,8	171,61	139,24	154,58
2	11,9	17,3	141,61	299,29	205,87
3	11,8	15,9	139,24	252,81	187,62
4	17,3	16,1	299,29	259,21	278,53
5	15,9	20,5	252,81	420,25	325,95
6	16,1	19,2	259,21	368,64	309,12
7	20,5	19,9	420,25	396,01	407,95
8	19,2	23,9	368,64	571,21	458,88
9	19,9	22,8	396,01	519,84	453,72
10	23,9	23,8	571,2	566,44	568,82
Σ	169,6	191,2	3019,88	3792,94	3351,04
Ср.	16,96	19,12	301,99	379,29	335,104

$$r_2 = \frac{335,104 - 16,96 * 19,12}{\sqrt{(301,99 - 16,96^2) * (379,29 - 19,12^2)}} = 0,77$$

Рассчитаем коэффициент автокорреляции со смещением на 3 месяца.

Месяц	y_t	y_{t+3}	$y2_t$	$y^2{}_{t+3}$	$y_t y_{t+3}$
1	13,1	17,3	171,61	299,29	226,63
2	11,9	15,9	141,61	252,81	189,21
3	11,8	16,1	139,24	259,21	189,98
4	17,3	20,5	299,29	420,25	354,65
5	15,9	19,2	252,81	368,64	305,28
6	16,1	19,9	259,21	396,01	320,39
7	20,5	23,9	420,25	571,21	489,95
8	19,2	22,8	368,64	519,84	437,76
9	19,9	23,8	396,01	566,44	473,62
Σ	145,7	179,4	2448,67	3653,7	2987,47
Ср	16,19	19,93	272,07	405,97	331,94

$$r_3 = \frac{331,94 - 16,19 * 19,93}{\sqrt{(272,07 - 16,19^2) * (405,97 - 19,93^2)}} = 0,99$$

Рассчитаем коэффициент автокорреляции со смещением на 4 месяца.

Месяц	y_t	y_{t+4}	$y2_t$	$y^2{}_{t+4}$	$y_t y_{t+4}$
1	13,1	15,9	171,61	252,81	208,29
2	11,9	16,1	141,61	259,21	191,59
3	11,8	20,5	139,24	420,25	241,9
4	17,3	19,2	299,29	368,64	332,16
5	15,9	19,9	252,81	396,01	316,41
6	16,1	23,9	259,21	571,21	384,79
7	20,5	22,8	420,25	519,84	467,4
8	19,2	23,8	368,64	566,44	456,96
Σ	125,8	162,1	2052,66	3354,41	2599,5
Ср.	15,73	20,26	256,58	419,3	324,94

$$r_4 = \frac{3,24,94 - 15,73 * 20,26}{\sqrt{(256,58 - 15,73^2) * (419,3 - 20,26^2)}} = 0,695$$

Проверим значимость всех коэффициентов автокорреляции

1. $SE_{r_1} = \frac{1}{\sqrt{11}} = 0,3$ $t = \frac{0,825}{0,3} = 2,75$

$t_{кр} = 2,228$ $-1,96 \leq 2,75 \leq 1,96$ ⇒неравенство не выполняется, r_1 значим

2. $SE_{r_2} = \frac{1}{\sqrt{10}} = 0,316$

3. $SE_{r_3} = \frac{1}{\sqrt{9}} = 0,333$ $t = \frac{0,99}{0,333} = 3$

$t_{кр} = 2,3$ $-1,96 \leq 3 \leq 1,96$ ⇒

4. $SE_{r_4} = \frac{1}{\sqrt{8}} = 0,354$

$t = \frac{0,77}{0,316} = 2,437$

$t_{кр} = 2,26$ $-1,96 \leq 2,437 \leq 1,96$ ⇒неравенство не выполняется, r_2 значим

неравенство не выполняется, r_3 значим

$t = \frac{0,69}{0,35} = 1,97$

$t_{кр} = 2,36$ $-1,96 \leq 1,97 \leq 1,96$ ⇒неравенство не выполняется, r_4 значим

Видно, что все рассчитанные значения коэффициентов автокорреляции исходного ряда не попадают в соответствующие доверительные интервалы. Тогда делаем вывод, что данные наблюдений показывают наличие автокорреляции 1-го, 2-го, 3-го и 4-го порядков.

Построим коррелограмму

Знание автокорреляционной функции может оказать помощь при подборе и идентификации модели анализируемого временного ряда и статистической оценки его параметров.

По коэффициенту автокорреляции можно судить о наличии *линейной или близкой к линейной тенденции*. Для некоторых временных рядов, имеющих сильную *нелинейную тенденцию*, например, параболу второго порядка или экспоненту, коэффициент автокорреляции уровней исходного ряда может приближаться к нулю. Если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции первого порядка, исследуемый ряд содержит *только тенденцию*. Если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции порядка, исследуемый ряд содержит *циклические (сезонные) колебания с периодичностью в моментов времени*. Если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, можно сделать предположение относительно структуры этого ряда: *либо ряд содержит сильную нелинейную тенденцию*, для выявления которой нужно провести дополнительный анализ.

Построим график наблюдаемых значений временного ряда:

График наглядно показывает наличие возрастающей тенденции. Поэтому во временном ряду возможно существование линейного тренда.

Линейная модель тенденции временного ряда имеет вид

$$y_t = a + bt$$

$$b = \frac{\overline{ty_t} - \bar{y}_t * \bar{t}}{\bar{t^2} - (\bar{t})^2}$$

$$a = \bar{y}_t - b\bar{t}$$

$$b = 1{,}15$$

$$a = 10{,}57$$

$$y_t = 10{,}57 + 1{,}15x$$

Таким образом, стоимость акций с каждым месяцем растет на 1,15%.

Рекомендуемы источники литературы

Рекомендуемая литература представлена в рабочей программе дисциплины